

Методи екстраполяції як складова ІС для прогнозування явищ стагнації

ВИКЛЮК Я.І.

Національний університет «Львівська політехніка»

Розглядається проблема автоматизації передбачення переходу соціально-економічної системи у фазу стагнації. Приводиться алгоритм прогнозування, що базується на математико-статистичних методах обробки інформації. Описується програмно-алгоритмічний модуль, що може інтегруватись до існуючих ІС. Наводяться результати розрахунку згідно запропонованого алгоритму.

Рассматривается проблема автоматизации прогноза перехода социально-экономической системы в фазу стагнации. Приводится алгоритм прогнозирования, который базируется на математико-статистических методах обработки информации. Описывается программно алгоритмический модуль, который может интегрироваться к существующим ИС. Приводятся результаты расчета согласно предложенному алгоритму.

Problem of prognostication automation of socio-economic system transition into stagnation phase is observed. Prognostication algorithm which based on math-static methods of data processing is present. Program-algorithmic unit which could be integrated into existing IS is described. Calculation results in accordance with given algorithm are present.

Більшість впроваджених інформаційних систем спрямовані на автоматизацію виробничих процесів: касові операції, бухгалтерія, звіти тощо. Одною із функцій таких систем є побудова прогнозу актуального процесу на майбутній проміжок часу. Як показали дослідження [1] життєвий цикл більшості складних систем не залежно від їх природи (економічних, біологічних, фізичних тощо) складається з наступних фаз [2, 3]: фаза зародження, фаза експоненціального зростання, фаза сповільнення росту, стаціонарна фаза (стагнація), фаза деградації.

Наприклад в туристично-рекреаційних системах (ТРС) ці фази відповідають наступним етапам[4]:

- фаза зародження: створення ТРС, «розкрутка», залучення нових рекреантів за рахунок різних PR-акцій. На цьому етапі кількість відвідувачів, як правило повільно зростає;

- фаза експоненціального зростання: різке зростання кількості рекреантів завдяки правильно побудованій першій фазі. Адміністрація ТРС прикладає мінімум зусиль для зростання бізнесу;

- фаза сповільнення росту: сповільнення зростання динамічних показників. Зумовлена рядом чинників, зокрема врівноважуються два випадкові процеси, наприклад, поява нових рекреантів і відтік тих, кому не сподобались послуги; поява конкурентів на ринку; тощо.

- стаціонарна фаза (стагнація): вихід на насичення з наступним поступовим зменшенням кількості рекреантів за рахунок появи альтернатив відпочинку, чи «придання» сервісу;

- фаза деградації або знищення бізнесу: постійний спад динамічних показників. Відбувається, якщо своєчасно не вжити методів для покращення ситуації і може призвести до занепаду бізнесу.

Для прогнозування вищевказаних процесів пропонується використати регресійний аналіз на основі часового ряду. При такому підході передбачається, що прогнозований показник формується під впливом великої кількості чинників, виділити які або неможливо, або по яких відсутня інформація. В цьому випадку динаміку зміни даного показника пов'язують не з чинниками, а з часом, що проявляється в створенні одновимірних часових рядів.

До найбільш розповсюджених підходів регресійного аналізу можна віднести: екстраполяція на основі

так званих кривих росту показників динаміки, статистичні методи та методи Soft Computing.

У випадку системи, яка знаходиться на початкових етапах існування, останні два підходи є мало прийнятні з наступних причин. По перше мала кількість статистичних даних не дозволить отримати якісний прогноз. По друге прогнозування явищ, які виходять за межі навчальних вибірок нейромереж не можуть вважатись адекватними[5,6,7].

Слід також наголосити, що вищезгадані фази розвитку соціально-економічних систем різняться своєю природою, тому зупинитись на окремо-взятій формулі буде невірним рішенням. Виходом з цієї ситуації є використання множини формул і поступовий їх відсів на етапах перевірки. Остаточний результат визначається по найбільш адекватним прогнозам.

Тому метою даної роботи є розробка алгоритму екстраполяції на основі кривих росту, що враховують основні етапи розвитку складних систем, та його структурна реалізація для впровадження в ІС.

Вищезгадані процеси, як правило, описуються в економічних роботах якісно. Відсутність експериментальних даних унеможливує кількісний прогноз. В своїх попередніх роботах [8], нами було експериментально отримано криву росту, що володіє вищезгаданими фазами (рис. 1.). В роботі моделювалась динаміка росту соціально-економічної системи методами фрактального росту кристалів. Стагнація виникала в процесі самоорганізації системи в момент зрівноваження процесів зародження нових елементів атрактора і знищення елементів з високим рівнем конкуренції. Отримані результати дозволяють з високою точністю підібрати криві росту та розробити алгоритм прогнозу, який може бути реалізований в інформаційних системах. Останнє, в свою чергу, є надзвичайно важливим фактором при плануванні стратегії розвитку будь-якої системи. Адже, як відомо, застосувавши відповідні стратегії стагнацію можна віддалити по часу. А для покращення стану системи, яка знаходиться на стадії стаціонарної фази потрібно докласти великих зусиль[9].

Види трендових моделей. В даний час налічується велика кількість типів кривих для моделювання процесів нелінійного росту. До найбільш відомих можна віднести наступні.

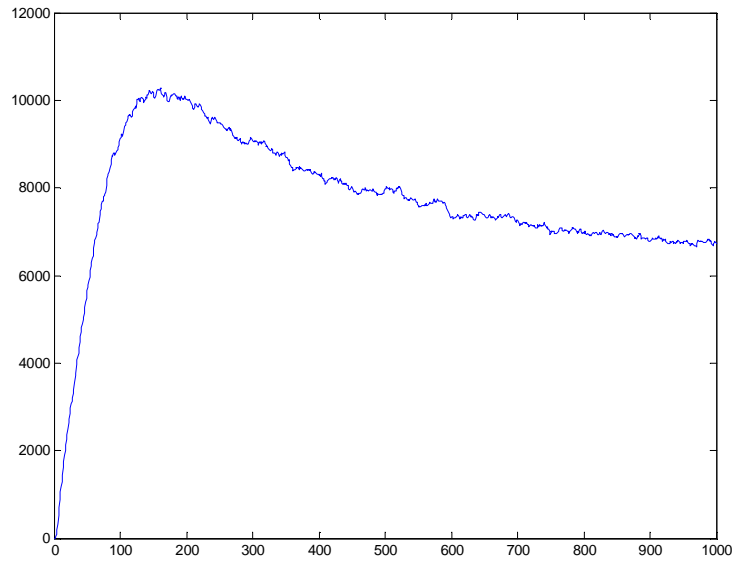


Рис. 1. Динаміка зміни кількості числа частинок з високим рівнем конкуренції від ітерацій алгоритму

Криву Гомперца[1]:

$$y(t) = ae^{-be^{-kt}}; \quad (1)$$

де a, b – позитивні параметри, причому $b < 1$; параметр k – асимптота функції рис. 1.

Логістичну криву Перла-Ріда:

$$y(t) = \frac{k}{1 + a^{-bt}}; \quad (2)$$

де a, b – позитивні параметри; параметр k – асимптота функції.

Недоліком даних кривих є відсутність останніх двох фаз і точки перегину, що унеможливає аналітично визначити час настання стагнації. На сьогодні існує велика кількість кривих, за допомогою яких можна змодельовати всі вище зазначені фази процесу однією формулою[10]. Вибір даних кривих для впровадження в інформаційні системи може бути обґрунтований можливістю визначити аналітично першу та другу похідні. Як відомо, прирівнюючи першу похідну до нуля можна визначити час настання фази стагнації, а величина другої похідної – прискорення процесу, що може служити індикатором динаміки розвитку системи.

До кривих, які мають форму аналогічну рис. 1. можна віднести:

Імпульс:

$$y = y_0 + A \left(1 - e^{-\frac{x-x_0}{t_1}} \right)^p e^{-\frac{x-x_0}{t_2}}. \quad (3)$$

В якості емпіричних параметрів виступають: y_0 – асимптота, x_0 – центр, A – амплітуда, t_1, t_2 – ширина, p – потужність. Рекомендовані початкові значення емпіричних параметрів для оптимізації: $y_0 = 0.0$, $x_0 = 0.0$, $A = 1.0$, $t_1 = 1.0$, $t_2 = 1.0$, $p = 1.0$. Обмеження: $A > 0.0$, $t_1 > 0.0$, $t_2 > 0.0$, $p > 0.0$.

Розподіл Бокса-Лукаса:

$$y = y_0 + \frac{a_1}{a_1 - a_2} \left(e^{-a_2 x} - e^{-a_3 x} \right). \quad (4)$$

В якості емпіричних параметрів виступають: y_0 – асимптота, a_1, a_2 . Рекомендовані початкові значення емпіричних параметрів для оптимізації: $y_0 = 0.0$, $a_1 = 2.0$, $a_2 = 1.0$. Обмежень не має.

Розширений розподіл Фройндліша:

$$y = y_0 + ax^{-bx^{-c}}. \quad (5)$$

В якості емпіричних параметрів виступають: y_0 – асимптота, c – потужність, a, b . Рекомендовані початкові значення емпіричних параметрів для оптимізації: $y_0 = 0.0$, $a = 1.0$, $b = 1.0$, $c = 0.5$. Обмежень не має.

Накачка лазера[11]

На відміну від процесів, які спостерігаються в економічних та соціальних системах та в більшості випадків описуються якісно, у фізиці явища, в яких спостерігаються вищезазначені особливості, були вже давно описані та змодельовані. До таких процесів можна віднести накачку лазера. Величина заряду якого описується наступним рівнянням:

$$y = y_0 + A \frac{(1 - e^{-\alpha x})^2}{\alpha x}. \quad (6)$$

В якості емпіричних параметрів виступають: y_0 – асимптота, α – центр, A – амплітуда. Рекомендовані початкові значення емпіричних параметрів для оптимізації: $y_0 = 0.0$, $\alpha = 0.1$, $A = 1.0$. Обмеження: $A > 0.0$, $\alpha > 0.0$.

Потенціал Ван-дер-Ваальса[12]

Аналогічна за властивостями, але протилежна за знаком функціональна залежність описує міжмолекулярну взаємодію за допомогою потенціалу Ван-дер-Ваальса:

$$y = A * \left(-\frac{1}{\left(\frac{r}{\varepsilon}\right)^6} + \frac{1}{\left(\frac{r}{\varepsilon}\right)^{12}} \right). \quad (7)$$

В якості емпіричних параметрів виступають: ε – центр (масштабуючий множник), A – амплітуда. Рекомендовані початкові значення емпіричних параметрів для оптимізації: $\varepsilon = 1.0$, $A = -1.0$. Обмеження: $A < 0.0$, $\varepsilon > 0.0$.

Алгоритм прийняття рішення

Визначення емпіричних параметрів трендової моделі

Розглянемо проблему визначення емпіричних параметрів кривих росту для конкретного часового ряду. Нехай ε часовий ряд y_1, y_2, \dots, y_n . Параметри кривих оцінюються, як правило, методом мінімізації середньоквадратичного відхилення. В якості алгоритму оптимізації може служити метод спряжених градієнтів[13] чи генетичний алгоритм[14]:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n [y_i - y(i, a_1, \dots, a_m)]^2} \rightarrow \min, \quad (8)$$

$$a_j \geq b_j,$$

де $y(i, a_1, \dots, a_m)$ – аналітична крива, a_j – емпіричні параметри, b_j – обмеження.

Таким чином, при моделюванні динаміки системи, що задана часовим рядом, шляхом рішення оптимізаційної задачі, отримують одну чи декілька трендових моделей для початкового часового ряду. Виникає питання відповідності моделей реальним процесам системи, що відображається в часовому ряді. Отже потрібно обґрунтувати застосування цих моделей для аналізу та прогнозування досліджуваного явища чи процесу.

Перевірка на адекватність

Трендова модель конкретного часового ряду $y(t)$ вважається адекватною, якщо правильно відображає систематичні компоненти часового ряду. Ця вимога еквівалентна твердженню, що остаточно компонента $\varepsilon_i = y_i - y(i, a_1, \dots, a_m)$, $i = 1, 2, \dots, n$ задовольняла властивостям випадкової компоненти часового ряду: випадкові коливання рівня ε_i відповідали нормальному розподілу, математичне сподівання ε_i було рівне нулю, значення ε_i мають бути незалежними. Дані властивості перевіряються наступними чотирма критеріями[15]:

Випадковість відхилень

$$K_{\max} < [3.3(\ln n + 1)] \quad (9)$$

$$v > \left[\frac{1}{2} (n + 1 - 1.96\sqrt{n-1}) \right] \quad (10)$$

де K_{\max} – довжина самої довгої серії ε_i , v – загальне число серій, квадратні дужки означають округлення до цілого.

Критерій піків (поворотних точок)

Критерієм випадковості з довірчою ймовірністю 95%, є виконання нерівності:

$$p > \left[\bar{p} - 1.96\sqrt{\sigma_p^2} \right], \quad (11)$$

де p – загальне число поворотних точок для послідовності ε_i ,

$$\bar{p} = \frac{2}{3}(n-2); \quad (12)$$

$$\sigma_p^2 = \frac{16n-29}{90}. \quad (13)$$

t-критерій Стьюдента

$$t_s > \frac{\bar{\varepsilon} - 0}{S_t} \sqrt{n}, \quad (14)$$

де $\bar{\varepsilon}$ – середнє арифметичне ряду ε_i , S_t – стандартне відхилення для цієї послідовності, t_s – табличне значення t статистики Стьюдента із заданим рівнем значимості α і числом ступенів свободи $n-1$.

d-критерій Дарбіна-Уотсона

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2} \quad (15)$$

Якщо розраховане значення критерію Дарбіна-Уотсона знаходиться в інтервалі від 2 до 4, це свідчить про негативний зв'язок: у цьому випадку його треба перетворити за формулою $d' = 4 - d$ і надалі використати значення d' .

Отримане значення критерію d (або d') порівнюється з верхнім d_2 і нижнім d_1 критичними значеннями статистики Дарбіна-Уотсона.

Якщо отримане значення критерію d (або d') більше верхнього табличного значення d_2 , то гіпотеза про незалежність рівнів залишкової послідовності, приймається. Якщо значення d менше нижнього табличного значення d_1 , то ця гіпотеза відкидається, і модель є неадекватною. Якщо значення d знаходиться в інтервалі $[d_1, d_2]$, то вважається, що немає достатніх підстав зробити той або інший висновок і необхідні подальші дослідження, наприклад, по більшому числу спостережень.

Висновок про адекватність трендової моделі робиться, якщо всі зазначені вище чотири перевірки властивостей залишкової послідовності ε_i дають позитивний результат.

Перевірка на точність

Для адекватних моделей є сенс ставити завдання оцінки їхньої точності. Точність моделі характеризується величиною відхилення виходу моделі від реального значення показника, що моделюється. Для часового ряду точність визначається як різниця між значенням фактичного рівня часового ряду і його оцінкою, отриманої в ході розрахунків з використанням вибраної моделі, при цьому в якості статистичних показників точності використовуються:

середнє квадратичне відхилення

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{n-k} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2};$$

середня відносна помилка $\varepsilon = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right|$;

коефіцієнт збіжності $\varphi^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}$;

коефіцієнт детермінації $R^2 = 1 - \varphi^2$,

де n, k – кількість рівнів ряду, \hat{y}_t – число параметрів моделі, y – середнє арифметичне значень рівнів ряду.

За допомогою зазначених показників можна зробити вибір з декількох адекватних трендових моделей динаміки системи найбільш точною, хоча може зустрітись випадок, коли по певному показнику більш точною є одна модель, а по іншому – інша. Дані показники точності моделей розраховуються на основі всіх рівнів часового ряду й тому відображають лише точність апроксимації.

Прогнозування часових рядів

В процесі прогнозування важливо передбачити не тільки настання стагнації та досягнення критичного прискорення росту кривої на базі отриманих адекватних та точних моделей, а й визначити величини довірчих інтервалів:

$$\Delta \hat{y}_i = \pm t_a \frac{\sigma_{\hat{y}}}{\sqrt{n}}, \quad (16)$$

де $\sigma_{\hat{y}}$ – середнє квадратичне відхилення від тренда; t_a – табличне значення t-критерію Стьюдента при рівні значимості $\alpha(\%)$ і числі ступенів свободи $n - k$.

Верифікація прогнозу

При прогнозуванні динаміки складних систем з використанням трендових моделей досить важливим є заключний етап – верифікація прогнозу. Верифікація прогнозованої моделі являє собою сукупність критеріїв, способів і процедур, що дозволяють на основі багатобічного аналізу оцінювати якість одержаного прогнозу та приймати рішення.

Як правило на етапі верифікації потрібно дослідити прогнози декількох адекватних моделей. В якості прогнозних величин, в нашому випадку, слугують координата точки стагнації: (t_s, y_s) , при $y'(t) = 0$ та критичний рівень прискорення зростання (t_c, y_c) , при $y''(t) < \alpha$, де α – певний заданий рівень.

Тобто є наявними масиви: $t_s^i, y_s^i, t_c^i, y_c^i$, де i – індекс адекватної моделі. Отже задача прийняття рішення на даному етапі складається з наступних пунктів:

- 1) Перевірка протиріч серед даних масивів точок стагнацій $St(t_s, y_s)$ та критичних рівнів нахилу $Cr(t_c, y_c)$.
- 2) Вибір статистичних значень даних показників.
- 3) Прийняття рішення.

Перевірка протиріч

Перевірку протиріч можна поводити за наступним алгоритмом. Нехай є довільний впорядкований ряд даних y_i . З точки зору математичної статистики значення y_0 , та y_{\max} , що знаходиться далеко від середнього значення може рахуватись випадковим, та вилучається з ряду [16]. Аналіз протиріччя y_0 , та y_{\max} проводиться з використанням оцінки аномальності результатів при невідомій генеральній дисперсії. Суперечливими будуть значення які задовольняють умові:

$$|y_0(\max) - \hat{y}_i| > \beta \cdot \sigma_y, \quad (17)$$

де \hat{y}_i – середнє арифметичне значення, σ_y – середньоквадратичне відхилення, β – критичний рівень (зазвичай в околі 0,05).

На базі отриманих після усунення протиріч масивів $t_s^i, y_s^i, t_c^i, y_c^i$ визначаються статистичні значення даних масивів. В залежності від способу керування системою в якості статистичних функцій можуть бути вибрані: середнє арифметичне, мінімум – випадок обережного керування, максимум – керування при високих ризиках.

В результаті отримуємо прогнозоване значення точки стагнації $(t_s \pm \Delta t_s, y_s \pm \Delta y_s)$, та точку критичного нахилу кривої $(t_c \pm \Delta t_c, y_c \pm \Delta y_c)$.

Структура інформаційної системи.

Запропонований підхід до прийняття рішення може бути реалізований, як додатковий модуль функціонуючої системи чи підприємства (рис.2). В ході роботи ІС формує часовий ряд, який по оцінкам експертів може володіти фазами зародження, експоненціального зростання, сповільнення росту (стагнація), стаціонарна фаза, фаза деградації. Даний ряд виступає вхідною величиною для модуля визначення емпіричних параметрів моделей.

Модуль визначення емпіричних параметрів моделей. В ході розв'язку оптимізаційної задачі методами спряжених градієнтів або генетичним алгоритмом (8) знаходяться емпіричні параметри моделей (3)-(7). Виходом модуля слугує множина оптимізованих функцій кривих росту.

Модуль перевірки на адекватність. В ході перевірки на адекватність за критеріями (9)-(15) з множини вхідних функцій вилучаються ті, які не задовольнили хоча б одному критерію адекватності.

Модуль перевірки на точність. З множини адекватних функцій вилучаються ті, які не задовольняють критеріям точності.

Модуль прогнозування. Прирівнюючи першу похідну до нуля, розраховуються масиви точок стагнації. Визначаючи критичний рівень прискорення розвитку системи α , та прирівнюючи другу похідну до вказаної величини розраховуються масиви критичних точок. Для кожних отриманих величин розраховуються довірчі інтервали (16).

Модуль верифікації. В залежності від стратегії управління підприємством (системою), з масивів, отриманих попереднім модулем, розраховуються конкретні моменти часу переходу системи у фазу стагнації та досягнення системою критичного рівня.

Модуль прийняття рішення. На базі отриманих даних ОПР приймає рішення та визначає стратегію подальшого функціонування підприємством (системою), відображаючи своє рішення в функціонуючій ІС.

Комп'ютерний експеримент.

Запропонований підхід ми апробували на даних роботи [8]. В якості вхідного часового ряду служили дані, що передують стагнації ($n = 150$). Метою служило передбачення часу та абсолютного значення екстремуму кривої. В якості методу був використаний генетичний алгоритм. Число популяції: 50 особин.

Результати перевірки на адекватність та точність наведені в таблиці 1.

З таблиці видно, що із запропонованих кривих перевірку на адекватність не витримав розподіл Бокса-Лукаса. Цей розподіл продемонстрував також найгірші результати в під час перевірки на точність.

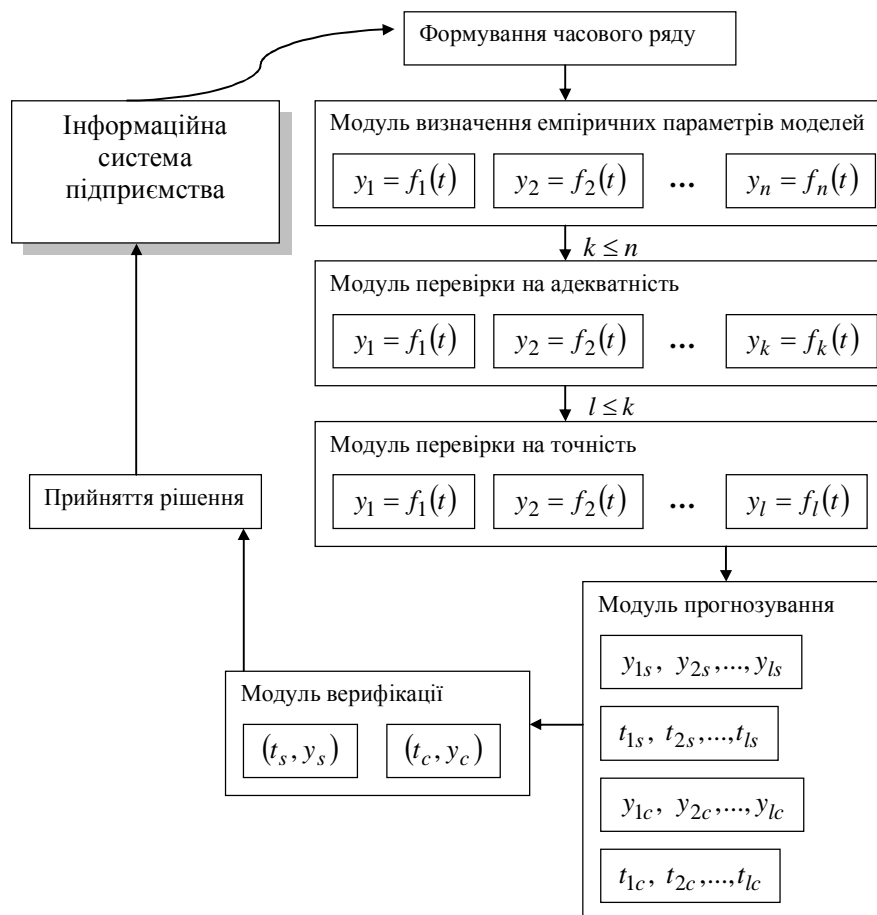


Рис. 2. Структура інформаційної системи

Таблиця 1. Результати перевірки на адекватність та точність

Функція / Перевірка	Імпульс	Розподіл Бокса-Лукаса	Розширений розподіл Фройндліша	Накачка лазера	Потенціал Ван-дер-Ваальса
<i>Перевірка на адекватність</i>					
Випадковість відхилень	√	-	√	√	√
Критерій піків	√	√	√	√	√
t-критерій Стьюдента	√	-	√	√	√
d-критерій Дарбіна-Уотсона	√	√	√	√	√
<i>Перевірка на точність</i>					
середнє квадратичне відхилення	173,1305	903,318	207,4528	451,9527	417,605
середня відносна помилка	-0,16%	-8,37%	1,38%	-4,79%	-4,97%
коефіцієнт зблизності	0,003	0,087	0,005	0,022	0,019
коефіцієнт детермінації	0,997	0,913	0,995	0,978	0,981

Результати прогнозування точки стагнації та довірчі інтервали представлені в таблиці 2. Для знаходження Δt_s необхідно розв'язати обернену задачу для (3)-(7).

З таблиці 2 видно, що перевірку протиріч витримали лише 2 функції, а саме: «Імпульс» та «Розширений

розподіл Фройндліша». Можна констатувати, що реальний час настання стагнації потрапляє в довірчий інтервал всіх функцій. Чого не можна сказати про ординату. Найкращі результати для ординати показала функція «Імпульс». І лише для неї реальне значення максимуму потрапляє в довірчий інтервал.

Таблиця 2. Прогнозований час настання стагнації та абсолютне значення

Функція	t_s	Δt_s	y_s	Δy_s	Перевірка протиріч
Імпульс	16	1,12	10235,46	71,31	√
Розширений розподіл Фройндліша	18	1,55	9968,30	85,45	√
Накачка лазера	20	3,80	9795,00	186,16	-
Потенціал Ван-дер-Ваальса	20	3,40	9902,27	172,01	-
Прогноз					
	17±2.67		10101.88±156.76		
Експериментальні дані					
	17		10187		

Якщо для прийняття рішення використовується середнє арифметичне значення отриманих величин, то остаточний результат приймає вигляд:

очікуваний час настання стагнації: $t_s = 17 \pm 2.67$,
ордината максимуму: $y_s = 10101.88 \pm 156.76$.

Висновки

В роботі було проведено аналіз можливості використання існуючих кривих росту для прогнозування явищ стагнації в соціально економічних системах. Основними критеріями відбору кривих було адекватне і точне відображення таких фаз, як фаза зародження, фаза експоненціального зростання, фаза сповільнення росту (стагнація), стаціонарна фаза, фаза деградації за допомогою однієї формули. В якості розглянутих моделей виступали, як суто математичні вирази, так і формули, якими описуються певні фізичні явища (накачка лазера, потенціал Ван-дер-Ваальса). Запропоновано використовувати величину другої похідної в якості індикатора динаміки розвитку системи. Структуровано алгоритм перевірки адекватності, точності та верифікації моделі. Описано процес прийняття рішення на основі даного алгоритму.

Структурно представлено реалізацію запропонованого алгоритму для інтеграції в існуючі інформаційні системи.

Проведено комп'ютерний розрахунок по запропонованому алгоритму. Реальні дані знаходяться в межах довірчого інтервалу отриманого в ході розрахунку. Відносна похибка ординати складає 1,5%.

Отже запропонований алгоритм може бути інтегрований в реально діючі ІС.

ЛІТЕРАТУРА

1. Дж. Мартино Технологическое прогнозирование. // М.: «ПРОГРЕСС», 1977 – 592 с.
2. Квартальнов В.А. Стратегический менеджмент в туризме. // М.: Финансы и статистика, 1999. - 496 с.
3. Соболева Е.А., Соболев И.И. Финансово-экономический анализ деятельности турфирмы : Учебно-методическое пособие. - М.: Финансы и статистика, 2000. - 128 с.
4. Пальчук М.И. Особенности туристического маркетинга. // Культура народов Причерноморья. – 2003, № 38. – С. 37-40.
5. Chao-Hung Wang, Li-Chang Hsu Constructing and applying an improved fuzzy time series model: Taking the tourism industry for example // Expert Systems with Applications, 2008, V34, #4, – p. 2732-2738
6. Зайченко Ю.П., Севаев Ф., Келестин Ю.В. Сравнительный анализ эффективности нечетких нейронных сетей в задачах прогнозирования в экономике и финансовой сфере // Системні дослідження та інформаційні технології, 2006, № 1, – С. 56-70
7. Зайченко Ю.П., Севаев Ф. Исследование эффективности нечеткой нейронной сети ANFIS в задачах макроэкономического прогнозирования // Системні дослідження та інформаційні технології, 2005, № 1, – С. 100-112.
8. Виклюк Я.І. Вплив конкурентоспроможності на динаміку росту атракторів при моделюванні соціально-економічних систем // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології, 2009, в друці.
9. Киселев Ю.Н. Электронная коммерция: практическое руководство. // ООО «ДиаСофтЮП», 2001.– 224 с.
10. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. – М. Финансы и статистика, 1983. – 472 с.
11. Сычугов В.А., Тищенко А.В. Препринт ИОФАН № 88 // М., 1990, – 24 с.
12. Haile J.M. Molecular dynamics simulation// Wiley Professional Paperback Edition Published, 1977, – 489 p.
13. Окуненко В.М., Ясинський В.К. Чисельні методи в моделюванні систем: навчальний посібник. / Чернівці: «Золоті литаври», 2006. – 592 с.
14. Кондратенко Н.Р., Неборака О.В. Нечіткі множини в задачах прогнозування часових послідовностей // Вісник Вінницького політехнічного університету, 2006, № 6 – С. 52-57.
15. М.Федосеев. Экономико-математические методы и прикладные модели. // М.: ЮНИТИ, 1999.- 391 с.
16. Лисецкий Ю.М., Каре вина Н.П. Об автоматизации экспертных оценок // Математичні машини та системи, 2008, №1, – С. 151-162.